

Задатак 1. Нека су  $a, b, c$  позитивни реални бројеви такви да је

$$a^2 + b^2 + c^2 = \frac{1}{4}.$$

Доказати да вриједи неједнакост

$$\frac{1}{\sqrt{b^2 + c^2}} + \frac{1}{\sqrt{c^2 + a^2}} + \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \leq \frac{\sqrt{2}}{(a+b)(b+c)(c+a)}.$$

Задатак 2. Нека је  $ABC$  троугао такав да је  $AB < AC$ . Приписана кружница тог троугла наспрам врха  $A$ , са центром  $J$ , додирује праве  $AB, AC$  и  $BC$  у тачкама  $D, E$  и  $F$ , редом. Нека је  $P$  произвољна тачка странице  $BC$ . Описане кружнице троуглова  $BDP$  и  $CEP$  сијеку се по други пут у тачки  $Q$ . Означимо са  $R$  подножје нормале из тачке  $A$  на праву  $FJ$ . Доказати да су тачке  $P, Q$  и  $R$  колинеарне.

(Приписана кружница троугла  $ABC$  наспрам врха  $A$  је кружница која додирује страницу  $BC$ , продужетак странице  $AB$  преко  $B$  и продужетак странице  $AC$  преко  $C$ .)

Задатак 3. Одредити све тројке  $(x, y, z)$  природних бројева такве да вриједи

$$2020^x + 2^y = 2024^z.$$

Задатак 4. Три друга Анес, Борис и Цане играју игру. На почетку игре, свако од њих има гомилу од 2024 каменчића. Анес игра први, Борис други, Цане трећи и затим настављају игру тим редослиједом. У сваком потезу, играч бира природан број  $n$  који је већи од свих до тада одабраних бројева свих играча, узима  $2n$  каменчића са своје гомиле и расподјељује их једнако осталим играчима, по  $n$  обојици. Уколико играч не може да одигра потез, игра се завршава и он губи.

Одреди све играче који имају стратегију која им гарантује да неће изгубити у овој игри, без обзира како преостала два играча играју.