Language: Georgian

ხუთშაბათი, 27 ივნისი, 2024

ამოცანა 1. მოცემულია a, b, c დადებითი ნამდვილი რიცხვები ისეთი, რომ

$$a^2 + b^2 + c^2 = \frac{1}{4}.$$

დაამტკიცეთ უტოლობა

$$\frac{1}{\sqrt{b^2+c^2}} + \frac{1}{\sqrt{c^2+a^2}} + \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}} \leq \frac{\sqrt{2}}{(a+b)(b+c)(c+a)}$$

ამოცანა 2. მოცემულია ABC სამკუთხედი ისეთი, რომ $AB < AC$. A-ს მოპირდაპირე გარეჩახაზული წრეწირი ცენტრით J ეხება AB, AC და BC წრფეებს D, E, F წერტილებში, შესაბამისად. P იყოს BC გვერდზე არჩეული წერტილი. BDP და CEP სამკუთხედებზე შემოხაზული წრეწირები მეორედ იკვეთებიან Q წერტილში. R იყოს A-დან FJ წრფეზე დაშვებული მართობის ფუძე. დაამტკიცეთ, რომ P, Q, R ერთ წრფეზე მდებარეობენ.
(ABC სამკუთხედისთვის A-ს მოპირდაპირე გარე ჩახაზული წრეწირი ეწოდება წრეწირს, რომელიც ეხება BC გვერდს, AB სხივის გაგრძელებას B-ს მხარეს და AC სხივის გაგრძელებას C-ს მხარეს.)

ამოცანა 3. იპოვეთ ყველა მთელ დადებით რიცხვთა სამეული (x, y, z), რომლებიც აკმაყოფილებენ ტოლობას $2020^x + 2^y = 2024^z$.

ამოცანა 4. სამი მეგობარი ადოლფი, ბერია და სტალინი თამაშობენ თამაშს. თამაშის დასაწყისში თითოეულს აქვს 2024 ქვიანი გროვა. ადოლფი აკეთებს პირველ სვლას, ბერია აკეთებს მეორე სვლას, სტალინი კი მესამეს, და ასე აგრძელებენ თამაშს ამ თანმიმდევრობით. თითო სვლაზე მოთამაშემ უნდა აირჩიოს დადებითი მთელი რიცხვი n, რომელიც იქნება მეტი ვიდრე ნებისმიერი მოთამაშის მიერ უკვე არჩეული ნებისმიერი რიცხვი, აიღოს $2n$ ქვა თავისი გროვიდან და თანაბრად გადაუნაწილოს დანარჩენ ორ მოთამაშეს. თუ მოთამაშეს სვლის გაკეთება აღარ შეუძლია, თამაში მთავრდება და ეს მოთამაშე იქნება წაგებული.

იპოვეთ ყველა მოთამაშე რომელსაც აქვს ისეთი სტრატეგია, რომ სხვა ორმა მოთამაშემ როგორც არ უნდა ითამაშოს, ეს მოთამაშე არ წააგებს თამაშს.

დრო არის 4 საათი და 30 წუთი

თითოეული ამოცანა ფასდება 10 ქულით