Language: Azerbaijani

Cümə axşamı, 27 İyun , 2024

Məsələ 1. Tutaq ki, a, b, c müsbət həqiqi ədədləri

$$a^2+b^2+c^2=\frac{1}{4}$$

bərabərliyini ödəyir. İsbat edin ki,

$$\frac{1}{\sqrt{b^2+c^2}}+\frac{1}{\sqrt{c^2+a^2}}+\frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}\le\frac{\sqrt{2}}{(a+b)(b+c)(c+a)}.$$

Məsələ 2. Tutaq ki, ABC üçbucağında $AB < AC$. Bu üçbucağın A təpə nöqtəsinin qarşısındakı xaricdən toxunan çevrəsi AB, AC və BC düz xətlərinə uyğun olaraq D, E və F nöqtələrində toxunur. Bu çevrənin mərkəzi J nöqtəsidir. Üçbucağın BC tərəfi üzərində bir P nöqtəsi götürülmüşdür. BDP və CEP üçbucaqlarının xariclərinə çəkilmiş çevrələr ikinci dəfə Q nöqtəsində kəsişirlər. A nöqtəsindən FJ düz xəttinə çəkilmiş perpendikulyar FJ'ni R nöqtəsində kəsir. P, Q və R nöqtələrinin eyni düz xətt üzərində olduğunu isbat edin.

(ABC üçbucağının A təpə nöqtəsinin qarşısındakı *xaricdən toxunan çevrə*, BC düz xətt parçasına, AB'nin B'dən sonrakı uzantısına və AC'nin C'dən sonrakı uzantısına toxunan çevrədir.)

Məsələ 3.

$$2020^x+2^y=2024^z$$

tənliyini ödəyən bütün (x,y,z) natural ədəd üçlülərini tapın.

Məsələ 4. Üç dost: Arçi, Billi və Çarli bir oyun oynayırlar. Oyunun başlanğıcında oyunçuların hər birində 2024 daşdan ibaret bir qalaq var. Arçi oyuna başlayır, ikinci həmləni Billi edir, üçüncü həmlini Çarli edir və onlar eyni sırayla həmlələrinə davam edirlər. Hər həmlədə növbəsi gələn oyunçu bundan öncə seçilmiş ədədlərin hər birindən böyük olan bir n natural ədəd seçməli, öz qalağından $2n$ daş götürüb bunları digər iki oyunçu arasında bərabər şəkildə bölməlidir. Oyunçulardan hər hansı biri həmlə edə bilmirsə oyun qurtarır və bu oyuncu uduzur.

Digər iki oyunçu necə oynarsa oynasın, oyunu uduzmamaq üçün strategiyası olan bütün oyunçuları tapın.

İmtahan üçün ayrılan vaxt: 4 saat and 30 dəqiqə
Hər məsələ 10 bal ilə qiymətləndirilir